

Pedagogical sciences



ЧКАНА Ярослав Олегович,
канд. пед. наук, доцент,
Сумський державний педагогічний університет
імені А. С. Макаренка
ORCID ID: 0000-0003-3667-3584
Україна

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ЯК ІНСТРУМЕНТ РОЗВИТКУ
КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ
В УМОВАХ НУШ**

У сучасному освітньому просторі України, який динамічно трансформується під впливом соціокультурних, інформаційних та технологічних змін, особливе значення набувають питання переосмислення цілей і змісту шкільної освіти. Впровадження Концепції Нової української школи (НУШ) актуалізувало необхідність не лише оновлення освітніх стандартів, але й переорієнтації самої філософії навчання на засадах компетентнісного підходу. Центральною ідеєю цієї парадигми є формування в учнів ключових компетентностей, які забезпечують їхню готовність до життя в умовах невизначеності, постійних змін та складних життєвих викликів. Однією з таких компетентностей, що пронизує всі сфери освітньої діяльності, є критичне мислення.

Критичне мислення у сучасному його трактуванні постає не як вузька логічна навичка, а як комплексна здатність особистості до осмислення інформації, формулювання власних суджень, аргументації позиції, прийняття рішень та рефлексії. Його розвиток вимагає застосування гнучких, дослідницьких, проблемно-орієнтованих методів навчання, що сприяють активному залученню учнів до пізнавального процесу. У цьому контексті надзвичайно перспективним є використання математичного моделювання – як методу, що поєднує логічність, аналітичність, креативність і практичну спрямованість математичної діяльності.

Математичне моделювання не обмежується відображенням реальності мовою чисел і формул. Це – засіб пізнання, що формує у школярів здатність бачити проблему у контексті, виокремлювати суттєві зв'язки, будувати моделі ситуацій, перевіряти гіпотези, інтерпретувати отримані результати. Саме ці інтелектуальні процедури є суттєвими компонентами критичного мислення. Крім того, моделювання інтегрує знання з різних галузей, сприяє міжпредметним зв'язкам, що, у свою чергу, відповідає стратегічному завданню НУШ – навчити учня застосовувати здобуті знання в життєвих ситуаціях.

У статті¹ автори підкреслюють, що математичне моделювання сприяє розвитку критичного мислення, оскільки вимагає аналізу реальних проблем, формулювання припущень, побудови моделей, перевірки гіпотез та оцінки результатів. В роботі² досліджується, як математичне моделювання сприяє розвитку критичної математичної свідомості у студентів, що включає усвідомлення соціальних аспектів математичних моделей та їх впливу на суспільство. Дослідження³ виявило, що метакогнітивні навички позитивно впливають на математичне моделювання через розвиток критичного мислення. У статті⁴ зазначається, що майбутні вчителі математики часто мають недостатні навички критичного мислення та моделювання, що впливає на їхню здатність ефективно викладати ці концепції учням. Дослідження⁵ виявило, що майбутні вчителі математики часто зосереджуються на математичних аспектах завдань, нехтуючи реалістичністю ситуацій, що знижує ефективність навчання моделюванню. Дослідження⁶ також показало, що навички математичного моделювання учнів залежать від багатьох факторів, включаючи креативність,

- 1 Gutiérrez J. A., Gallegos R. R. Theoretical and methodological proposal on the development of critical thinking through mathematical modeling in the training of engineers. In *Proceedings of the Seventh International Conference on Technological Ecosystems for Enhancing Multiculturality*. 2019. P. 941 – 948.
- 2 Lopes A. P. C. Mathematical modelling: a methodology favourable to the manifestation of critical mathematics consciousness. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 2024. P. 1–30.
- 3 Zhang J., Zhou Y., Jing B., Pi Z., Ma H. Metacognition and Mathematical Modeling Skills: *The Mediating Roles of Computational Thinking in High School Students*. *Journal of Intelligence*. 12(6). 55. 2024.
- 4 Kannadass P., Hidayat R., Siregar P. S., Husain A. P. Relationship Between Computational and Critical Thinking Towards Modelling Competency Among Pre-Service Mathematics Teachers. *TEM Journal*. 2003. 12(3). P. 1370–1382.
- 5 Hwang S., Han S. Pre-service mathematics teachers' competencies in designing mathematical modeling tasks. *J Math Teacher Educ*, 2025.
- 6 Xiaoli L., Kaiser G. Creativity in students' modelling competencies: Conceptualisation and measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 109. 2022. P. 287–311.

кооперативність, алгоритмічне мислення, вирішення проблем та критичне мислення. Емпіричні дослідження⁷ математичного моделювання та критичного мислення вказують на динамічну взаємодію між цими двома конструктами, виділяючи різні способи, якими вони доповнюють та підтримують одне одного. В роботі⁸ визначено кілька ключових факторів, які слід враховувати для максимізації взаємодії між мисленням вищого порядку та процесом математичного моделювання, серед яких контекст і структура завдань на математичне моделювання, дії вчителя під час процесу моделювання, досвід учнів, навчальні елементи та характер етапів процесу моделювання.

Попри визнаний потенціал математичного моделювання як інструменту формування критичного мислення, у вітчизняній педагогічній теорії та практиці ця проблема ще не отримала належного методичного обґрунтування. Досі відсутні систематизовані підходи до впровадження моделювання як засобу розвитку критичного мислення в освітній процес. Серед основних труднощів слід відзначити недостатню підготовку педагогів до реалізації таких методів, обмеженість часу на уроках, а також дефіцит навчально-методичного забезпечення, адаптованого до вікових і когнітивних особливостей учнів.

У межах цієї статті здійснюється спроба висвітлити теоретико-методологічні засади використання математичного моделювання як засобу розвитку критичного мислення школярів в умовах реалізації ідей Нової української школи. Особливу увагу приділено аналізу сутнісних характеристик критичного мислення, розкриттю потенціалу математичного моделювання в освітньому процесі, а також формулюванню практичних підходів до підготовки майбутніх учителів математики до роботи в нових педагогічних умовах.

Таким чином, дослідження окресленої проблеми є не лише актуальним, а й стратегічно необхідним для оновлення змісту математичної освіти відповідно до вимог сучасного суспільства, яке потребує критично мислячих, гнучких, ініціативних і відповідальних громадян.

7 Czocher J.A. How does validating activity contribute to the modeling process? *Educational Studies in Mathematics. Educational Studies in Mathematics*. 99, 2. 2018. P. 137-159

8 Ulker D, Celik A.O. A qualitative metasynthesis: Interaction between mathematical modeling and higher order thinking. *Thinking skills and creativity*. 56. 2025.

I. КОНЦЕПТУАЛЬНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В КОНТЕКСТІ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

1.1. Сутність математичного моделювання та його освітній потенціал

У сучасній математичній освіті однією з провідних тенденцій є посилення прикладної спрямованості навчального змісту, що зумовлює необхідність активного впровадження методів, які забезпечують не лише засвоєння теоретичного матеріалу, а й формування здатності до застосування математичних знань у реальних контекстах. Одним із найбільш ефективних методів математичного пізнання дійсності та формування математичної компетентності є метод математичного моделювання⁹.

Математичне моделювання передбачає дослідження реальних об'єктів, процесів чи явищ шляхом побудови та аналізу відповідних математичних моделей¹⁰. Як зазначає В.О. Швець, математична модель – це опис реального об'єкта, процесу чи ситуації мовою математичних понять, формул і відношень, а саме моделювання – метод наукового дослідження, що ґрунтується на використанні таких моделей як засобу аналізу¹¹.

У загальному вигляді математична модель становить наближений опис певного класу явищ, виражений мовою відповідної математичної теорії – через алгебраїчні, диференціальні чи інтегральні рівняння, нерівності або їхні системи, системи геометричних об'єктів тощо. Створення таких моделей потребує не лише глибокого розуміння предметної галузі, а й здатності до абстрагування, формалізації, логічного мислення, що є фундаментальними компонентами критичного мислення.

Процес математичного моделювання є поетапним і включає такі основні стадії¹²:

1. *Побудова математичної моделі* – передбачає пошук потрібної математичної мови та засобів для опису реальної ситуації, формулювання припущень і створення математичного образу досліджуваного об'єкта.

9 Махней О.В. Математичне моделювання : навчальний посібник. Івано-Франківськ, 2015. 372 с.

10 Математичне моделювання. URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Математичне_моделювання (15.05.2025)

11 Швець В.О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики. Дидактика математики : проблеми і дослідження : міжн. зб. наук. робіт. Донецьк, 2009. № 32. С. 16-23.

12 Maas K. What are modelling competencies? ZDM – Mathematics Education, 38, 2006. P. 113–142.

2. *Дослідження моделі* – полягає в аналізі її властивостей, перевірці внутрішньої логіки, використанні відповідних математичних методів і засобів для вивчення її поведінки в заданих умовах.
3. *Розв'язання задачі* – включає пошук і обґрунтування способу розв'язання, порівняння альтернатив, вибір найраціональнішого підходу.
4. *Інтерпретація результатів* – передбачає переклад математичних результатів у контекст вихідної ситуації, перевірку відповідності моделі реальності, її оновлення чи заміну в разі необхідності.

Математичне моделювання є не лише засобом теоретичного аналізу, а й методом формування цілісного світогляду, що базується на взаємозв'язку між абстракцією й реальністю, логікою й інтуїцією, знанням і практикою¹³. Саме це визначає його виняткову освітню цінність.

До ключових елементів освітнього потенціалу математичного моделювання належать¹⁴:

- інтеграція теоретичних знань і практичних навичок, що сприяє глибшому осмисленню матеріалу й формуванню здатності до практичного застосування знань;
- розвиток аналітичного та системного мислення, необхідного для вирішення комплексних проблем;
- формування здатності до абстрагування, узагальнення, формалізації, що є складовими критичного мислення;
- стимулювання креативності та інноваційного підходу до задач, які не мають єдиного розв'язку;
- забезпечення міждисциплінарних зв'язків, що розкриває інтегративний потенціал математики в освітньому процесі.

Особливу увагу заслуговує те, що математичне моделювання створює когнітивне середовище для розвитку критичного мислення, оскільки потребує самостійного пошуку способів розв'язання, вміння ставити запитання, формулювання припущень і гіпотез, оцінювання результатів і рефлексії щодо доцільності обраного підходу. В умовах реалізації концепції НУШ ці якості набувають стратегічного значення, адже сприяють вихованню учнів, здатних до відповідального прийнят-

13 Волошена В. В. Математичне моделювання в процесі формування практичних компетентностей учнів. *Pedagogy and Psychology*. Vol. 5, 2013. С. 64–67.

14 Lopes A. Mathematical modelling: a methodology favourable to the manifestation of critical mathematics consciousness. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 2024. P. 1–30

тя рішень, обґрунтування власної позиції, творчої діяльності в умовах невизначеності.

1.2. Критичне мислення як ключова компетентність у парадигмі НУШ

У сучасному освітньому дискурсі поняття критичного мислення дедалі частіше розглядається як фундаментальна когнітивна здатність, що має інтегральний характер і безпосередньо впливає на якість навчання, здатність учнів до самостійного опрацювання інформації, прийняття обґрунтованих рішень та їх аргументацію. У рамках Нової української школи (НУШ) критичне мислення визначається як одна з ключових наскрізних компетентностей, що формується у процесі засвоєння кожного освітнього компонента і є необхідною умовою реалізації компетентнісного підходу¹⁵.

Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року наголошує на необхідності формування «здатності учнів критично мислити, самостійно здобувати інформацію, оцінювати її та використовувати для вирішення проблем»¹⁶. Водночас у Державному стандарті базової середньої освіти критичне мислення розглядається як наскрізна здатність, яка є складовою ключових компетентностей, зокрема, уміння навчатися впродовж життя, ініціативності й підприємливості, екологічної та громадянської відповідальності, а також математичної компетентності¹⁷.

У психологічно-педагогічній літературі критичне мислення визначається як складний інтелектуальний процес, що включає в себе вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, класифікувати, інтерпретувати й оцінювати інформацію, формулювати аргументовані висновки та ухвалювати обґрунтовані рішення¹⁸. Цей процес базується на логічному мисленні, самостійності суджень і рефлексивності.

До основних характеристик критичного мислення відносять¹⁹:

15 Нова українська школа: посібник для вчителя / за заг. ред. Н. М. Бібік. Київ : Літера ЛТД, 2019. 208 с.

16 URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/988-2016-%D1%80#Text> (15.05.2025)

17 URL: <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/nova-ukrainska-shkola-2/derzhavniy-standart-bazovoi-serednoi-osviti> (15.05.2025)

18 Пометун О.І. Критичне мислення як педагогічний феномен. *Український педагогічний журнал*. 2018. № 2. С. 89–98.

19 Pintrich P. R. The Role of Metacognitive Knowledge in Learning, Teaching, and Assessing. *Theory Into Practice*. 2002. 41, 4. P. 219–225.

- аналітичність та логічність (здатність структурувати інформацію, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, робити обґрунтовані висновки);
- рефлексивність та самокорекцію (усвідомлення власного способу мислення, здатність його переглядати і вдосконалювати);
- об'єктивність та неупередженість (уміння відокремлювати факти від суджень, оцінювати інформацію незалежно від власних упереджень);
- системність та послідовність (вміння логічно й послідовно викладати думки, узгоджувати окремі частини аргументації);
- відкритість до нових ідей та альтернативних точок зору (готовність переглядати власні позиції в разі переконливих контраргументів);
- обґрунтованість суджень та висновків (використання перевірених джерел, логічної аргументації, посилання на факти).

Розвиток критичного мислення в освітньому процесі передбачає створення таких навчальних ситуацій, які вимагають від здобувачів освіти не лише відтворення знань, а й активного їх застосування в нових контекстах, розв'язання проблем відкритого типу, формування та аргументацію власної позиції. Такий підхід повністю узгоджується з принципами компетентнісного навчання, відповідно до яких знання мають бути не самоціллю, а засобом формування життєвих компетентностей.

У цьому контексті математична освіта має потужний потенціал для розвитку критичного мислення²⁰, особливо в умовах активного впровадження методів дослідження, проектного навчання, математичного моделювання. Останнє, зокрема, не лише сприяє формуванню математичної компетентності, а й створює умови для розвитку навичок аналізу, синтезу, логічного структурування інформації, оцінювання припущень і результатів – тобто всього комплексу дій, що становлять основу критичного мислення.

Таким чином, критичне мислення в умовах реалізації НУШ постає не просто як одна з цілей навчання, а як мета-вміння, що визначає якість навчального процесу загалом і забезпечує здатність учнів бути активними, відповідальними, свідомими учасниками освітнього й соціального середовища.

20 М. Астаф'єва, В. Прошкін, С.Радченко. Формування критичного мислення майбутніх учителів математики засобами геометрії. *Освітлогічний дискурс*, 2018, № 1-2 (20-21). С.100-115.

1.3. Системні взаємозв'язки між математичним моделюванням та критичним мисленням

У контексті сучасної парадигми освіти, зорієнтованої на формування ключових компетентностей, математичне моделювання і критичне мислення виступають взаємопов'язаними інтелектуальними процесами, які доповнюють і підсилюють одне одного. Їхня взаємодія не є випадковою або поверховою – вона має глибоку структурну та функціональну природу, яка реалізується на різних рівнях пізнавальної діяльності суб'єкта навчання.

На *методологічному рівні* обидва процеси базуються на аналітико-синтетичному підході до розв'язання проблемних ситуацій. Як математичне моделювання, так і критичне мислення вимагають від учня або студента здатності до системного аналізу, виявлення суттєвих ознак і факторів, встановлення причинно-наслідкових зв'язків, постановки гіпотез та їх перевірки. В обох випадках навчальний суб'єкт виступає не просто споживачем інформації, а її активним інтерпретатором і трансформатором.

На *процесуальному рівні* спостерігається безпосередня кореляція між етапами математичного моделювання та етапами критичного мислення. Зокрема, етап постановки проблеми у моделюванні відповідає етапу ідентифікації й аналізу ситуації в критичному мисленні; формалізація задачі – оцінці інформації, пошуку релевантних доказів; математичне розв'язання – логічному аналізу альтернатив, пошуку аргументів; інтерпретація результату – формулюванню висновків і прийняттю рішення. Така структурна паралельність створює передумови для інтеграції навчального контенту, зокрема, під час проєктної, дослідницької або кейс-орієнтованої діяльності.

На *операційному рівні* обидва процеси спираються на один і той самий набір когнітивних дій, серед яких: аналіз, синтез, абстрагування, узагальнення, класифікація, порівняння. Ці операції є необхідними як для побудови та дослідження математичних моделей, так і для критичного осмислення інформації, формування обґрунтованих суджень і рішень. Таким чином, математична діяльність стає тренажером критичного мислення, а критичне мислення, у свою чергу, дозволяє осмислено і гнучко працювати з математичними структурами.

Нарешті, на *цільовому рівні* математичне моделювання та критичне мислення мають спільну орієнтацію на розв'язання проблем і прийняття обґрунтованих рішень. Обидва процеси спрямовані на виявлення закономірностей, перевірку гіпотез, формулювання і доведення висновків, що забезпечує не лише формування предметних знань, а й розвиток універсальних мисленнєвих стратегій.

З огляду на зазначене, взаємозв'язок між математичним моделюванням і критичним мисленням можна розглядати як системну взаємодію, яка створює умови для формування цілісної, діяльнісно-орієнтованої, компетентнісної моделі математичної освіти. Така інтеграція забезпечує глибше розуміння навчального матеріалу, розвиток гнучкого й адаптивного мислення, що є необхідним для успішної самореалізації здобувачів освіти у швидкозмінному суспільстві знань.

II. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ АСПЕКТИ ВЗАЄМОДІЇ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ

2.1. *Вікові та психологічні особливості розвитку критичного мислення учнів засобами математичного моделювання*

Процес формування критичного мислення як наскрізної ключової компетентності в учнів загальноосвітньої школи потребує урахування не лише змістових і методичних аспектів навчання, а й психологічних закономірностей вікового розвитку. Особливої ефективності в цьому контексті можна досягти шляхом впровадження математичного моделювання як засобу активізації пізнавальної діяльності, розвитку аналітико-синтетичних умінь і формування критичної оцінки інформації. Разом з тим, спроможність до критичного осмислення проблемних ситуацій, абстрактного мислення, рефлексії та самоконтролю виявляється в різні вікові періоди нерівномірно, що зумовлює необхідність диференціації підходів до організації навчальної діяльності.

Для молодшого шкільного віку (приблизно 6–10 років) характерне домінування наочно-образного мислення²¹. Саме тоді поступово формуються основи понятійного мислення, здатність до елементарного узагаль-

21 URL: <https://mon.gov.ua/static-objects/mon/sites/1/news/%D0%9D%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D0%BD%D0%B8/2018/12/12/11/20-11-2018rekviz.pdf> (15.05.2025).

нення й класифікації. У цей період важливо акцентувати увагу на створенні простих моделей знайомих учням об'єктів або ситуацій із повсякденного життя, що дозволяє сформувати базові навички порівняння, упорядкування, виявлення суттєвих ознак. Застосування математичного моделювання в початковій школі має мати ігровий, дослідницький характер, бути пов'язаним з практичною діяльністю, що викликає зацікавлення та емоційну залученість. Через моделювання учні вчаться ставити запитання, висувати гіпотези, порівнювати результати, що закладає фундамент для майбутнього розвитку критичного мислення.

У середньому шкільному віці (11–14 років) відбувається інтенсивне формування логічних операцій, розвивається причинно-наслідкове мислення, зростає здатність до внутрішнього планування діяльності²². Учні починають усвідомлювати логіку побудови моделі, можуть аналізувати вихідні умови, розуміти вплив різних параметрів на результати, співвідносити модель із реальним об'єктом. На цьому етапі математичне моделювання стає дієвим інструментом для розвитку критичного мислення, оскільки воно потребує обґрунтування вибору змінних, оцінки адекватності моделі, перевірки гіпотез. Важливо забезпечити поступовий перехід від репродуктивної до творчої моделювальної діяльності, створюючи умови для аналізу різних способів розв'язання задач.

У старшому шкільному віці (15–17 років) інтелектуальні здібності досягають рівня формального мислення (за Ж. Піаже), що дає змогу працювати з абстрактними поняттями, моделями високого рівня складності, а також здійснювати рефлексивний аналіз власних міркувань²³. На цьому етапі особливо доцільним є залучення учнів до створення, дослідження та критичного осмислення математичних моделей, які описують соціальні, економічні, екологічні явища. Зростає здатність до критичної оцінки обмежень моделей, усвідомлення множинності підходів до розв'язання однієї й тієї самої задачі, аналізу доцільності використання певних методів чи засобів. Старшокласники можуть самостійно формулювати проблеми, добирати способи їх моделювання, оцінювати якість отриманих результатів, що свідчить про зрілість критичного мислення.

22 Токарева Н.М. Основи вікової психології : навчально-методичний посібник / Н. М. Токарева, А. В. Шамне. Кривий Ріг, 2013. 283 с.

23 Філімонова М. О., Швець В. О. Психолого-педагогічні особливості навчання підлітків методу математичного моделювання. *Математика в школі*. 2010. №11. С. 21–25.

Отже, математичне моделювання, адаптоване до вікових та психологічних особливостей учнів, може виступати ефективним дидактичним засобом розвитку критичного мислення, сприяючи формуванню в учнів здатності ставити запитання, аналізувати інформацію, оцінювати альтернативи, формулювати обґрунтовані висновки та рішення. Особливої значущості така діяльність набуває у контексті реалізації педагогіки партнерства та компетентнісного підходу, задекларованих Концепцією «Нова українська школа».

2.2. Когнітивні механізми взаємодії математичного моделювання та критичного мислення

Процеси математичного моделювання і критичного мислення не лише взаємопов'язані на рівні цілей та структури, а й активізують подібні когнітивні механізми, що забезпечують ефективну пізнавальну діяльність. Розуміння цих механізмів має важливе значення для розробки дидактичних стратегій, спрямованих на формування мисленнєвих умінь учнів засобами математичного моделювання.

Одним із базових когнітивних механізмів, який спільно реалізується у процесах моделювання та критичного мислення, є *аналітико-синтетична діяльність*. Побудова математичної моделі потребує аналізу вихідної ситуації: учні мають виявити її сутнісні характеристики, абстрагуватись від другорядних чинників, виявити релевантні змінні, встановити між ними причинно-наслідкові зв'язки. Після цього настає етап синтезу, під час якого створюється цілісна концептуальна модель, що репрезентує проблему в термінах математичних структур. Саме поєднання аналізу і синтезу дозволяє критично осмислювати інформацію, виявляти логічні невідповідності, робити обґрунтовані узагальнення.

Іншим важливим когнітивним механізмом, що активно задіюється під час математичного моделювання, є *метакогніція – усвідомлення та управління власним мисленням*. Учні здійснюють рефлексію щодо стратегії розв'язання, контролюють правильність виконаних дій, оцінюють доцільність використаних математичних інструментів. Метакогнітивні процеси забезпечують самокорекцію, що є одним із визначальних компонентів критичного мислення. У цьому контексті важливо навчати учнів планувати свої дії, ставити контрольні запитання до власних міркувань,

оцінювати якість отриманих результатів і, за потреби, повертатися до попередніх етапів.

Особливе значення в освітньому процесі має дивергентне мислення, яке виявляється у пошуку нестандартних підходів до побудови математичних моделей²⁴. Цей тип мислення стимулює генерацію альтернативних гіпотез, варіативність міркувань, гнучкість мислення, що безпосередньо корелює з однією з ключових характеристик критичного мислення – відкритістю до нових ідей. Завдяки дивергентному мисленню учні можуть вийти за межі шаблонних способів розв'язання, критично оцінити пропоновані стратегії, згенерувати нові підходи до аналізу проблеми.

Водночас процес математичного моделювання активізує конвергентне мислення, яке передбачає оцінювання альтернатив, обґрунтований вибір найбільш адекватної моделі, перевірку результатів. Конвергентне мислення відповідає за логічну завершеність розв'язання, верифікацію математичних міркувань, відбір доцільних методів та формулювання аргументованих висновків. Поєднання дивергентних і конвергентних механізмів забезпечує повноцінний цикл критичного мислення – від формування ідей до їх раціонального оцінювання.

Когнітивна взаємодія математичного моделювання і критичного мислення має складну поліструктурну природу, вона базується на спільному використанні аналітичних, синтетичних, метакогнітивних, дивергентних і конвергентних механізмів, які формуються у процесі активної розумової діяльності. Освітні практики, які цілеспрямовано активізують ці механізми через моделювання реальних чи навчальних ситуацій, можуть значно підвищити якість критичного мислення учнів, а також сприяти їхньому інтелектуальному зростанню в межах компетентнісного підходу Нової української школи.

2.3. Мотиваційно-ціннісні аспекти розвитку критичного мислення через математичне моделювання

Успішне формування критичного мислення в освітньому процесі вимагає належного рівня мотиваційно-ціннісного ставлення до навчання. У цьому контексті математичне моделювання виступає не тільки як засіб

24 Калюжна О.В. Креативний менеджмент. Миколаїв: Миколаївський національний аграрний університет, 2018. 63 с.

розвитку інтелектуальних умінь, а й як потужний чинник формування внутрішньої мотивації, залучення до осмисленої пізнавальної діяльності, становлення ціннісних орієнтацій, що лежать в основі критичного мислення.

Одним із ключових мотиваційних компонентів, який реалізується у процесі математичного моделювання, є *пізнавальний інтерес*. Робота з моделями, що мають прикладний характер і відображають реальні або життєво значущі ситуації, стимулює природну допитливість учнів, спонукає до пошуку глибинного розуміння явищ, виявлення прихованих закономірностей²⁵. Активна розумова діяльність у процесі моделювання створює ситуації пізнавальної проблеми, які викликають інтелектуальне напруження і потребу у розв'язанні. Це, у свою чергу, сприяє формуванню внутрішньої мотивації до мислення, пошуку істини, прагнення до самоосвіти.

Невід'ємним ціннісним компонентом критичного мислення, що також формується через математичне моделювання, є *інтелектуальна чесність*. Побудова та перевірка математичної моделі передбачає необхідність об'єктивного аналізу ситуації, усвідомлення та визнання можливих помилок, готовність до перегляду попередніх суджень. Учні вчаться неупередженості, засвоюють значення логічної послідовності та доказовості, набувають досвіду відповідального ставлення до власних міркувань. Моделювання вимагає аргументації рішень, що формує навички обґрунтованого оцінювання, тобто одні з найважливіших характеристик критичного мислення.

Важливим аспектом у контексті взаємодії моделювання та критичного мислення є *толерантність до невизначеності*. Математичне моделювання, зокрема, у прикладних задачах, часто пов'язане з необхідністю працювати з неповною, суперечливою або умовною інформацією. Учні вчаться приймати виважені рішення в умовах обмежених даних, будувати гіпотези та перевіряти їх, що стимулює розвиток стійкості до невизначеності, відкритості до альтернативних міркувань та гнучкості мислення.

Крім того, процес моделювання заохочує *інтелектуальну сміливість* – здатність висловлювати власні ідеї, формулювати й обґрунтовувати

25 Kaiser G., Brand S. Modelling competencies: Past development and further perspectives. Mathematical modelling in education research and practice. 2015. P. 129- 149.

нетривіальні підходи до розв'язання проблем, відстоювати свою позицію на основі логіки та доказів. У ситуації відкритого пошуку рішення учні мають змогу виявити креативність, самостійність мислення, здатність критично осмислювати як загальноприйняті, так і нові концепції.

Таким чином, мотиваційно-ціннісна сфера є фундаментальним підґрунтям розвитку критичного мислення, а математичне моделювання – дієвим інструментом її формування. Залучення учнів до діяльності, що поєднує пізнавальну складність, практичну значущість та необхідність аргументованих рішень, сприяє не лише формуванню інтелектуальних навичок, а й вихованню ціннісного ставлення до пізнання, мислення та істини.

ІІІ. МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ

3.1. *Принципи організації навчальної діяльності*

Ефективне використання математичного моделювання як засобу розвитку критичного мислення в освітньому процесі потребує обґрунтованого підходу до організації навчальної діяльності. Така діяльність має бути системною, цілеспрямованою та внутрішньо мотивованою, а її методичне забезпечення – відповідати сучасним вимогам компетентнісного навчання, що декларуються в нормативних документах, зокрема, у Концепції Нової української школи. В основі побудови освітнього середовища, орієнтованого на розвиток критичного мислення через математичне моделювання, мають лежати такі ключові дидактичні принципи:

- **Проблемний підхід.** Навчальні ситуації повинні передбачати наявність пізнавальної суперечності, що спонукає учнів до постановки запитань, формулювання гіпотез, аналізу умов задачі та пошуку обґрунтованих рішень. Створення проблемних ситуацій активізує інтелектуальну діяльність учнів, формує потребу в критичному аналізі інформації, підвищує рівень усвідомленості математичних дій. Через побудову та аналіз математичних моделей учні залучаються до процесу дослідження, що набуває рис цілеспрямованої когнітивної активності.

- **Контекстуальність.** Одним із ключових чинників розвитку критичного мислення є включення навчального матеріалу в значущий для учнів контекст. Математичні задачі повинні відображати реальні або життєво близькі ситуації, які викликають інтерес, дозволяють побачити практичну цінність знань. Контекстуалізація завдань сприяє не лише кращому розумінню математичного змісту, а й мотивує учнів до пошуку аргументованих рішень, активізує внутрішню мотивацію до навчання.
- **Діалогічність.** Розвиток критичного мислення вимагає організації відкритого навчального простору для обговорення ідей, співставлення різних підходів, аргументації суджень. Математичне моделювання як діяльність, що не має єдиного правильного шляху, створює умови для продуктивного діалогу, дискусій, колективного аналізу моделей і результатів. Учні отримують можливість не лише висловлювати свою позицію, а й переосмислювати її у процесі взаємодії з іншими, що сприяє глибшому розумінню та рефлексії.
- **Рефлексивність.** Однією з центральних складових критичного мислення є усвідомлення власних когнітивних процесів, оцінка ефективності обраних стратегій, виявлення помилок і шляхів їх подолання. У процесі математичного моделювання доцільно створювати умови для рефлексивної діяльності учнів: обговорення логіки побудови моделей, аналіз варіативності рішень, оцінювання результатів за критеріями точності, доцільності, обґрунтованості. Рефлексія допомагає учням розвивати здатність до самокорекції, критичної самооцінки, свідомого управління пізнавальною діяльністю.
- **Поступове ускладнення.** Застосування математичного моделювання у навчанні повинно відповідати віковим та інтелектуальним можливостям учнів, враховувати їхню зону найближчого розвитку. Ефективне формування критичного мислення передбачає поетапне введення задач із дедалі вищим рівнем складності, які вимагають від учнів не лише застосування раніше засвоєних знань, але й конструювання нових способів дій. Такий підхід сприяє поступовому розвитку когнітивної гнучкості, логічного та системного мислення, формує установку на зростання та самовдосконалення.

Зазначені принципи організації навчальної діяльності є основою для проектування уроків та навчальних завдань, орієнтованих на розвиток критичного мислення учнів. Їхнє цілеспрямоване використання дозволяє створити оптимальні умови для формування глибоких інтелектуальних умінь, що мають стійкий трансферабельний характер і відповідають запитам сучасного суспільства.

3.2. *Методи та технології використання математичного моделювання для розвитку критичного мислення*

3.2.1. *Проблемно-пошукові методи*

Проблемно-пошукові методи є одним із найефективніших засобів розвитку критичного мислення в освітньому процесі. Їх суть полягає у створенні навчальних ситуацій, що передбачають невизначеність, відкритість до різних підходів та потребу в обґрунтованому вирішенні проблеми. У контексті математичного моделювання ці методи дозволяють не лише актуалізувати знання учнів, але й стимулювати аналітичну, рефлексивну та креативну діяльність на кожному етапі моделювання.

До ключових проблемно-пошукових методів, що можуть бути ефективно інтегровані у процес навчання математики, належать:

- 1) *Метод дослідницьких проєктів* передбачає самостійну або групову діяльність учнів, спрямовану на розв'язання практичної або навчальної проблеми за допомогою побудови математичної моделі. Учні проходять повний цикл дослідження: виявляють проблему (на основі спостереження, обговорення або аналізу реальної ситуації), формують запитання та гіпотези, розробляють план дій, створюють математичну модель, збирають та аналізують дані, роблять обґрунтовані висновки.
- 2) *Кейс-метод* реалізується через аналіз конкретної ситуації (кейсу), яка є достатньо складною, неоднозначною і потребує побудови або використання математичної моделі для обґрунтованого прийняття рішення. Учні вивчають контекст проблеми, ідентифікують наявні дані та шукають відсутню інформацію, здійснюють формалізацію ситуації, пропонують різні варіанти розв'язання, обґрунтовують оптимальне рішення.
- 3) *Метод проблемного викладу*. За цього підходу вчитель виступає як фасилітатор мислення, який демонструє процес розв'язання склад-

ної проблеми засобами математичного моделювання. Він поступово розкриває суть завдання, акцентуючи увагу на кожному етапі – від постановки проблеми до інтерпретації результатів. Учні при цьому долучаються до обговорення логіки дій учителя, ставлять запитання, здійснюють мікроаналіз проміжних результатів, пропонують альтернативні кроки або способи розв’язання. Цей метод особливо ефективний на початковому етапі формування критичного мислення, оскільки поєднує елементи пояснення, дослідження та моделювання, знижує рівень тривожності, демонструє зразки аналітико-синтетичної діяльності.

3.2.2. Інтерактивні технології

Інтерактивні технології навчання є потужним засобом активізації пізнавальної діяльності учнів, розвитку критичного мислення та формування комунікативних умінь у процесі математичного моделювання. Вони ґрунтуються на принципах взаємодії, співпраці, активного включення кожного учасника в освітній процес і спрямовані на створення навчального середовища, де учень не лише сприймає інформацію, а й активно її переробляє, осмислює, оцінює та застосовує.

У контексті розвитку критичного мислення засобами математичного моделювання доцільно використовувати такі інтерактивні технології:

- *Технологія "мозкового штурму"*. Ця технологія передбачає генерування максимально широкого спектра ідей щодо можливих способів побудови математичної моделі або розв’язання задачі. Учні мають можливість висловлювати навіть сміливі та нестандартні ідеї без страху критики, колективно аналізувати пропозиції, відбирати найбільш раціональні або ефективні рішення. Цей процес сприяє розвитку дивергентного мислення, навичок оцінювання, аргументації та рефлексії, що є базовими елементами критичного мислення.
- *Дискусійні технології*. Залучення учнів до обговорення різних підходів до побудови математичних моделей дозволяє формувати навички аналізу переваг і недоліків запропонованих моделей, порівняння альтернатив, формулювання аргументованої позиції, ведення діалогу та контраргументації. Дискусії можуть бу-

ти організовані у формі дебатів, “за і проти”, “експертних груп” тощо. Такий підхід формує інтелектуальну гнучкість, толерантність до альтернативних точок зору та здатність до конструктивного мислення.

- *Технологія “перевернутого навчання”*. Цей формат передбачає перенесення вивчення теоретичного матеріалу в позаурочний час (за допомогою відео, інтерактивних презентацій, цифрових підручників), що дає змогу на уроці зосередитися на аналізі, критичному осмисленні та застосуванні знань у реальних або змодельованих ситуаціях. У межах математичного моделювання це означає, що учні приходять підготовленими до побудови моделей, мають можливість ставити запитання, уточнювати складні моменти, працюють у групах або індивідуально над застосуванням моделей до розв’язання задач. Такий підхід сприяє розвитку метакогнітивних умінь, усвідомленості у навчанні, самостійності мислення.

Інтеграція інтерактивних технологій у процес математичного моделювання створює умови для особистісно зорієнтованого та діяльнісного підходу до навчання, забезпечуючи глибоку когнітивну залученість учнів, розвиток їх критичної компетентності, а також підготовку до реального життя в умовах складних, неоднозначних і динамічних ситуацій.

3.2.3. Цифрові технології

Цифрові технології суттєво розширюють можливості використання математичного моделювання у навчальному процесі, надаючи нові засоби для розвитку критичного мислення учнів. Завдяки інтерактивності, візуалізації, швидкості обробки даних та гнучкості цифрові ресурси дозволяють реалізовувати дослідницький підхід до вивчення математики, стимулювати аналітичне мислення та формувати навички аргументованого прийняття рішень.

У контексті математичного моделювання найбільш ефективними є такі цифрові технології:

- *Комп’ютерні симуляції*, які дають змогу візуалізувати розвиток математичних моделей у динаміці, моделювати реальні або штучно створені процеси, експериментувати з різними параметрами та аналізувати їхній вплив на результати. Учні мають змогу перевіряти

гіпотези щодо змін у моделі, виявляти приховані закономірності, робити прогнози та обґрунтовувати їх.

- *Системи динамічної математики* (наприклад, *GeoGebra*, *Desmos*), що дозволяють створювати й досліджувати візуальні математичні моделі в реальному часі, змінювати змінні, отримувати графічні або числові результати. Вони стимулюють емпіричне дослідження математичних залежностей, формування гіпотез та їх перевірку, розуміння абстрактних понять через наочність. Завдяки цьому відбувається глибше засвоєння матеріалу та розвиток критичних мисленневих навичок.
- *Аналітичні інструменти та середовища для обробки даних* (наприклад, *Excel*, *CODAP*, *Google Sheets*, *Python* з бібліотеками *NumPy*, *Pandas* тощо) дають змогу здійснювати збір, обробку, візуалізацію та аналіз емпіричних даних, перевірку статистичних гіпотез, моделювання та прогнозування. Учні вчаться працювати з даними, обґрунтовувати висновки, здійснювати перевірку достовірності результатів, що є ключовими компонентами критичного мислення.

Інтеграція цифрових технологій у процес математичного моделювання не лише робить навчання більш сучасним і привабливим для учнів, а й забезпечує їхню готовність до функціонування в цифровому середовищі сучасного світу, де критичне мислення та вміння працювати з інформацією є необхідними умовами успіху.

3.3. Система задач з математичного моделювання для розвитку критичного мислення

Ефективна система задач з математичного моделювання, спрямована на розвиток критичного мислення, повинна бути не лише змістовно наповненою, а й методично обґрунтованою. Такі задачі покликані не просто формувати обчислювальні навички, а стимулювати учнів до аналізу, аргументації, ухвалення рішень в умовах невизначеності, оцінки альтернатив та рефлексії щодо результатів.

До основних вимог до побудови такої системи належать:

- *різноманітність контекстів* (задачі повинні охоплювати широкий спектр сфер – економіку, екологію, медицину, соціальні процеси,

інженерію тощо. Це забезпечує міжпредметні зв'язки та демонструє практичну значущість математики);

- *багаторівневність* (важливо забезпечити поступове ускладнення задач, варіативність рівнів – від базового до просунутого, що дозволяє реалізувати диференційований підхід та розвивати здатність учнів до дедуктивного й індуктивного мислення);
- *відкритість* (завдання можуть містити неповні або надлишкові дані, кілька варіантів розв'язку, що стимулює аналіз умов, пошук додаткової інформації, вміння працювати з невизначеністю);
- *проблемність* (в задачах доцільно закладати протиріччя, необхідність розв'язання конфліктів інтересів, врахування обмежень, що сприяє розвитку навичок вирішення реальних життєвих ситуацій);
- *міждисциплінарність* (залучення знань із суміжних галузей (фізики, біології, економіки, інформатики) розвиває системне бачення та поглиблює розуміння взаємозв'язків у складних системах).

IV. ПРАКТИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВПРОВАДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ІНСТРУМЕНТУ РОЗВИТКУ КРИТИЧНОГО МИСЛЕННЯ УЧНІВ

4.1. *Створення освітнього середовища, сприятливого для розвитку критичного мислення*

Ефективне впровадження математичного моделювання як інструменту розвитку критичного мислення неможливе без належного педагогічного контексту. Йдеться не лише про методику викладання, а насамперед про створення освітнього середовища, що підтримує інтелектуальний розвиток, самостійність мислення, відкритість до нового досвіду та культуру аргументованої дискусії. Таке середовище має включати низку ключових характеристик:

- *Атмосфера інтелектуальної відкритості та толерантності* (педагогічна взаємодія ґрунтується на повазі до різних поглядів, прийнятті помилок як невід'ємної складової процесу пізнання: учитель відіграє роль фасилітатора мислення, а не джерела абсолютних істин; учням має бути безпечно висловлювати свої думки, припущення, сумніви).

- *Культура запитань* (у середовищі, сприятливому для розвитку критичного мислення, запитання відіграють провідну роль; учитель і учні спільно формують запитання різних рівнів – від фактологічних до аналітичних і проблемних, що стимулює учнів до роздумів, аргументації, пошуку альтернативних підходів у розв’язанні задач).
- *Баланс між структурованістю та гнучкістю освітнього процесу* (з одного боку, математичне моделювання вимагає певної логічної послідовності, що забезпечує поступове формування необхідних компетентностей, з іншого – важливо залишати простір для творчого мислення, власних гіпотез учнів, альтернативних шляхів розв’язання).
- *Інтеграція цифрових і традиційних освітніх ресурсів* (сучасні цифрові інструменти (моделювальні середовища, динамічні математичні платформи, онлайн-джерела даних) надають широкі можливості для створення моделей, візуалізації результатів, пошуку та перевірки інформації; їх використання у поєднанні з традиційними методами сприяє формуванню критичного ставлення до різних джерел та способів подання інформації).
- *Орієнтація на практичне застосування знань* (учні повинні бачити зв’язок між математичним моделюванням і реальними життєвими проблемами, це підвищує мотивацію, актуалізує цінність знань, сприяє розвитку здатності до прийняття рішень в умовах невизначеності, оцінки ризиків і наслідків).

4.2. Етапність у формуванні навичок математичного моделювання та критичного мислення

Формування навичок математичного моделювання та критичного мислення має здійснюватися поступово, з урахуванням вікових особливостей учнів, рівня їхньої пізнавальної активності та математичної підготовки. Поетапний підхід дозволяє забезпечити неперервність і послідовність розвитку відповідних компетентностей упродовж шкільного навчання (рис. 1).

Такий поетапний підхід забезпечує природне і поступове входження учнів у світ математичного моделювання, створює передумови для фор-

мування в них стійких навичок критичного мислення, вміння аналізувати, аргументувати, оцінювати та приймати обґрунтовані рішення.

Джерело: авторська розробка

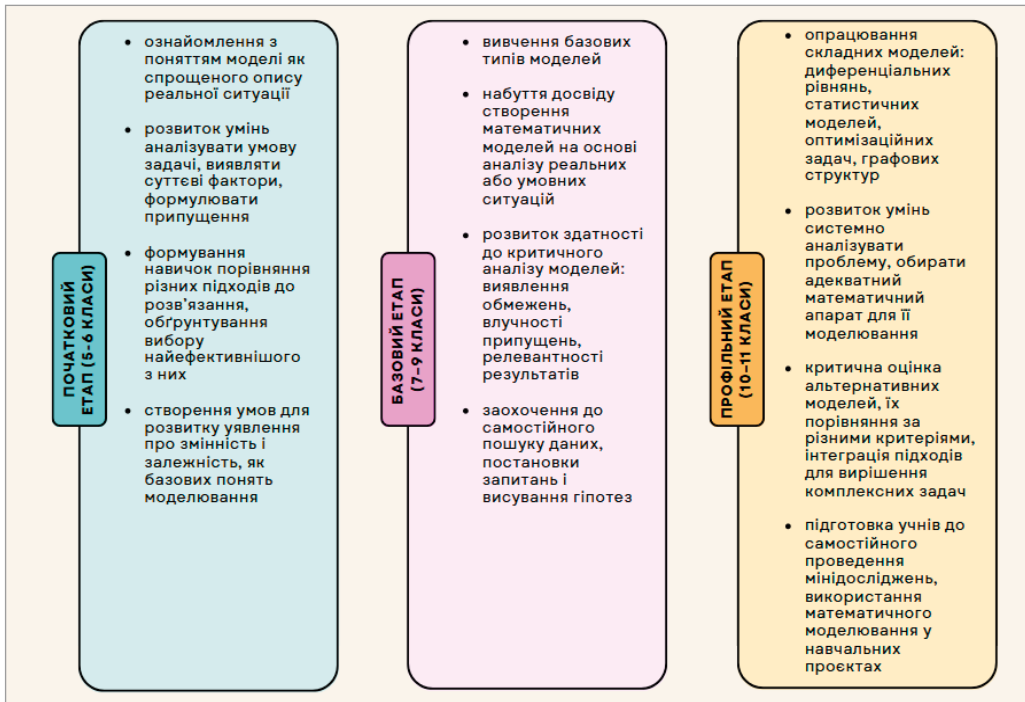


Рис. 1. Етапи формування навичок математичного моделювання та критичного мислення

4.3. Інтеграція математичного моделювання в різні форми освітнього процесу

Ефективне впровадження математичного моделювання як інструменту розвитку критичного мислення передбачає його органічне включення в усі основні форми організації навчального процесу. Така інтеграція дозволяє забезпечити системність, різноплановість та практичну спрямованість формування відповідних компетентностей.

У межах навчальних занять з математики доцільно включати задачі на математичне моделювання до системи вправ з основних змістовних ліній шкільного курсу математики; організовувати практичні роботи, спрямовані на дослідження реальних процесів та явищ за допомогою математичних моделей (наприклад, моделювання руху, зростання

населення, економічних витрат тощо); проводити проблемні дискусії щодо вибору оптимальних стратегій побудови моделей, критичного аналізу результатів, зіставлення різних підходів.

Позакласна діяльність створює умови для поглиблення знань, розвитку ініціативності та творчого мислення²⁶: математичні гуртки та факультативи можуть бути присвячені практиці побудови моделей та їх застосуванню у різних контекстах; проєктна діяльність дозволяє учням досліджувати реальні проблеми (екологічні, соціальні, економічні) за допомогою математичних інструментів; конкурси, олімпіади та хакатони з математичного моделювання стимулюють змагальну мотивацію, поглиблюють знання та розвивають навички командної роботи.

Математичне моделювання є універсальним методом пізнання, тому його інтеграція в інші предмети розширює можливості міждисциплінарного навчання: використання моделей під час вивчення фізики, хімії, біології, географії, економіки сприяє глибшому розумінню змісту навчального матеріалу; реалізація міжпредметних проєктів (наприклад, «Моделювання забруднення водойм», «Енергетичний баланс школи», «Економіка шкільного буфету») дає змогу учням бачити зв'язок між науками та застосування математики на практиці; інтегровані уроки демонструють можливість комплексного підходу до вивчення явищ та формують в учнів цілісне наукове бачення.

Висновки. Математичне моделювання є ефективним засобом розвитку критичного мислення учнів, оскільки передбачає залучення до аналізу реальних проблем, формулювання припущень, побудову та перевірку моделей, інтерпретацію результатів, а також аргументоване прийняття рішень. Така діяльність сприяє розвитку ключових компонентів критичного мислення: аналітичного, логічного, оцінювального, рефлексивного та творчого.

Запропоновано методичні засади впровадження математичного моделювання в освітній процес, що передбачають поетапне формування відповідних навичок з урахуванням вікових особливостей учнів; створення освітнього середовища, сприятливого для формування культури мислення; інтеграцію моделювання в різні форми навчальної діяль-

²⁶ Катеринюк Г. Д. Формування умінь математичного моделювання в учнів профільної школи: дис. ... доктора філософії. Вінницький державний педагогічний університет Михайла Коцюбинського, Вінниця, 2020.

ності – як урочної, так і позаурочної; розробку системи задач, що відповідають вимогам міждисциплінарності, проблемності, відкритості та багаторівневості. Особливої уваги заслуговує системна робота з формування культури запитання, аргументованого сумніву, вміння бачити альтернативні підходи й оцінювати їх ефективність у контексті моделювання реальних ситуацій.

Отже, математичне моделювання виступає не лише інструментом засвоєння математичних знань, а й потужним засобом формування особистості, здатної мислити критично, приймати зважені рішення та орієнтуватися у складному інформаційному середовищі. Використання математичного моделювання у шкільному курсі математики відкриває широкі можливості для оновлення змісту та форм навчання відповідно до сучасних освітніх вимог.

DOI: 10.51587/9798-9917-51926-2025-023-150-173